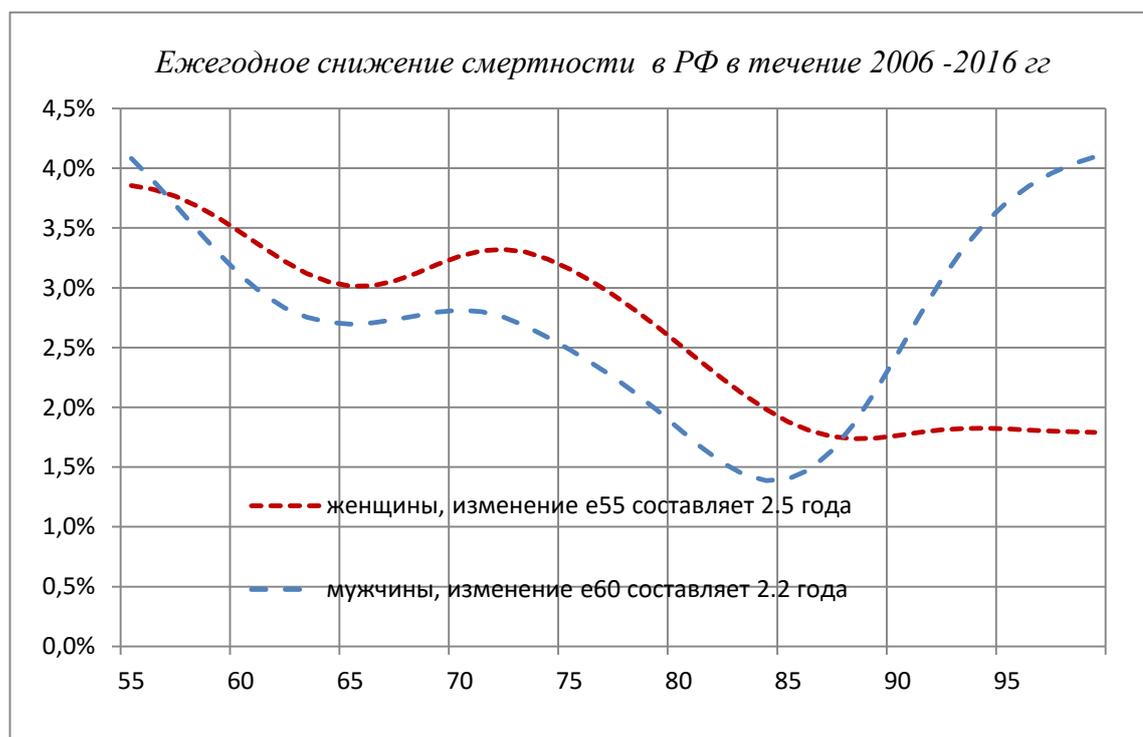


## Методы оценки когортной смертности

В течение последних 10 лет в РФ наблюдается рост продолжительности жизни, которая у мужчин с момента рождения увеличилась на 6.1 года, у женщин на 3.8 года. На рис. 1 приведен ежегодный (средний геометрический) уровень снижения смертности в старших возрастах, рассчитанный по сглаженным таблицам смертности населения РФ в течение 2006-2016 гг.

Рис. 1. Ежегодное снижение уровня смертности в РФ в зависимости от возраста и пола.



Из рисунка видно, что в возрасте 55 лет вероятность смерти для женщин ежегодно снижалась на 4% (общее снижение 33%) и для мужчин в возрасте 60 лет на 3% (общее снижение 27%), что привело к увеличению продолжительности жизни у женщин на 2.5 года, и на 2.2 года у мужчин. Если не учитывать изменение смертности в старших возрастах (85+), связанное с погрешностью данных, можно допустить, что темпы снижения смертности уменьшаются с увеличением возраста, что связано с

относительно высоким уровнем смертности населения РФ в молодых и средних возрастах. Поэтому в случае перехода к когортной смертности для женщин 55 лет и для мужчин в возрасте 60 лет в 2006 году изменение продолжительности жизни и среднегеометрическое значение для вероятности смерти должно быть меньше. Следует отметить, что наблюдаемый темп снижения смертности был самым высоким, среди наблюдений последних лет, и в последующие годы допустимо предположение о его снижении.

Можно построить несколько оценок для продолжительности жизни если предположить, что уровень снижения смертности не зависит от возраста. Для этого линеаризуем сумму следующего вида:

$$e_x = \sum_{a=x}^{\omega} \prod_{i=a}^{\omega} (1 - q_i) \quad (1)$$

В результате при снижении смертности во всех возрастах на величину  $1-\alpha$  для нового значения продолжительности жизни  $e'_x$  справедливо выражение:

$$e'_x = (\omega-x) \cdot (1-\alpha) + \alpha \cdot e_x \quad (2)$$

где

$\omega$  – предельный возраст таблицы смертности

$1-\alpha$  – величина снижения смертности

$q$  – вероятность смерти

Однако, расплатой за простоту является слишком высокая погрешность. Например, для женского населения РФ продолжительность жизни в возрасте 55 лет равна 25.4 года. Если предположить, что смертность в каждом возрасте мгновенно снизится на 20%, то продолжительность жизни увеличится до 27.4 года. Тогда как, оценка показывает 29.3 года. Если оставить в сумме слагаемые второго порядка, то выражение (2) сводится к виду:

$$e'_x = (\omega-x) \cdot (1-\alpha) + \alpha \cdot e_x + (\alpha^2 - \alpha) \cdot \sum_{i=x}^{\omega} \sum_{j=x}^{\omega} q_i \cdot q_j \quad (3)$$

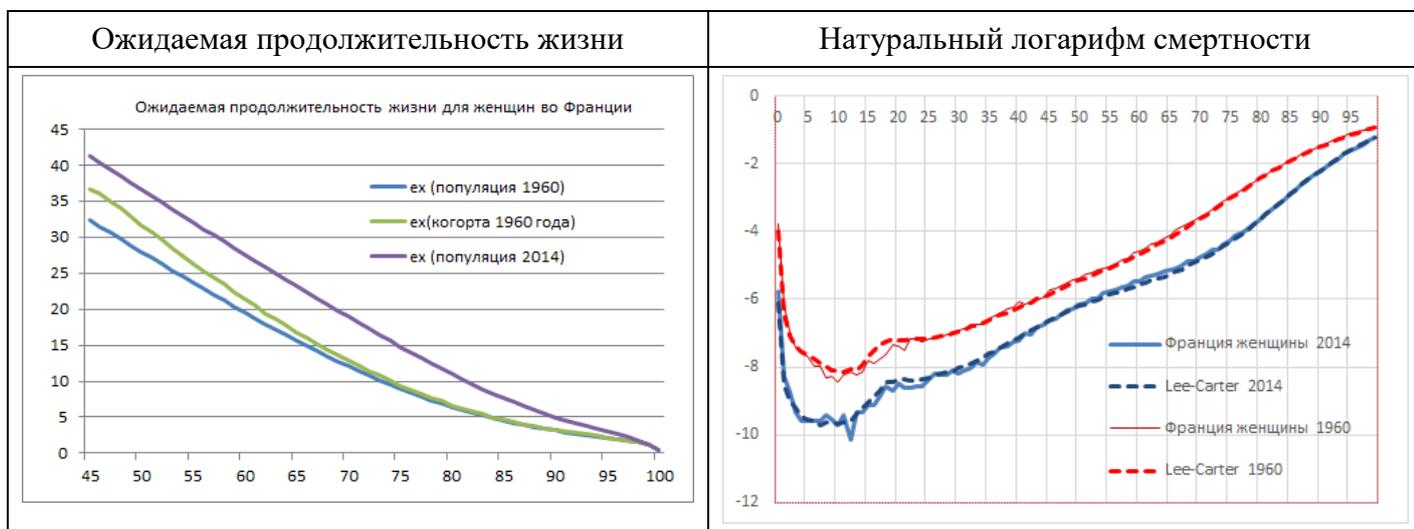
Продолжительность жизни по формуле (3) при принятом предположении о снижении смертности составит 28.4 года, что так же является достаточно грубым приближением, несмотря на значительное

усложнение расчетов. При расчете продолжительности жизни для мужчин погрешность оказывается еще больше.

Поэтому на практике наиболее простым способом остается численное моделирование, при предположении о независимости величины снижения смертности от возраста, при котором требуются только исходные значения таблицы смертности. Подобное предположение позволяет перейти от популяционной таблицы смертности к таблице смертности застрахованных, но не учитывает когортный эффект.

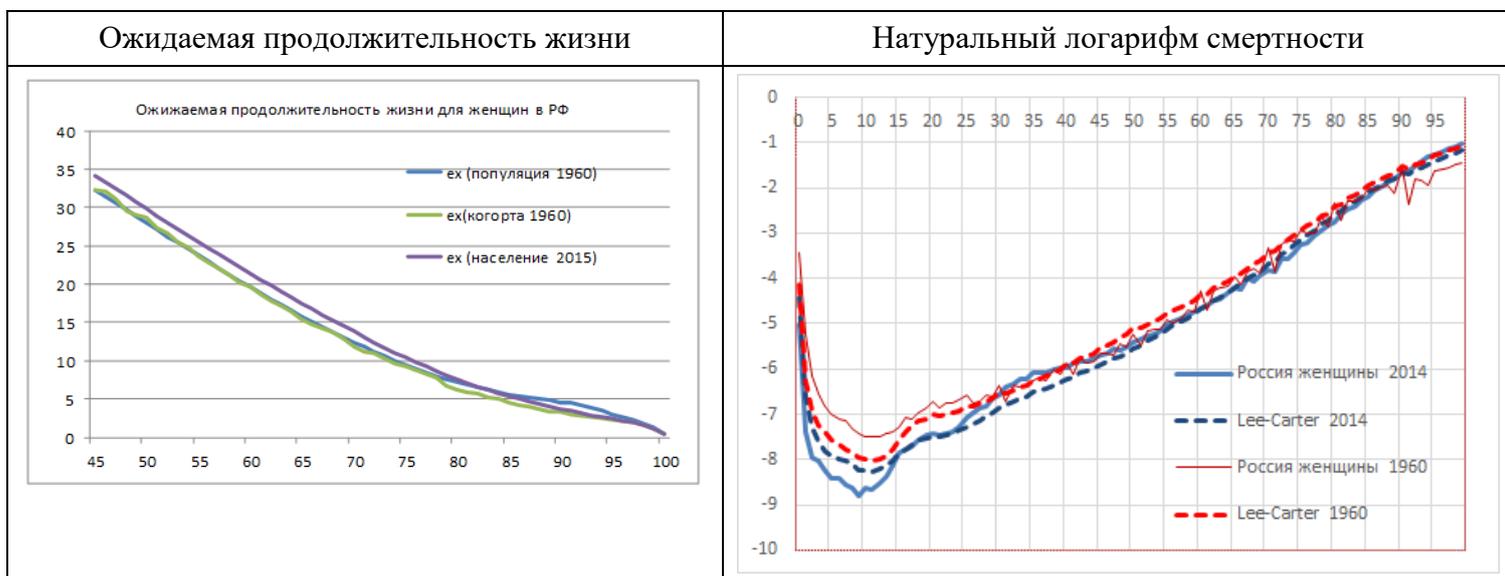
Проблема оценки когортной поправки (разница в продолжительности жизни между когортой и популяцией), заключается в том, что во-первых, требуются данные за длительный исторический период, а во-вторых, в отсутствии уверенности, что наблюдаемые сегодня тенденции сохранятся. Так, например, если требуется оценить изменение продолжительности жизни для когорт, вступающих в пенсионный возраст, то период наблюдений должен быть не менее 40 лет. Поэтому, чтобы сегодня измерить увеличение продолжительности жизни для когорты достигающей пенсионного возраста, необходимо проанализировать данные, начиная с 70-х годов прошлого столетия. Для примера на рис. 2 приведено сравнение продолжительности жизни у женщин во Франции в 1960 году для популяции и когорт. В качестве верхней границы дополнительно приведена продолжительность жизни у женщин в 2014 году. Когортная поправка в возрасте 55 лет составляет 2.7 года. Изменение вероятности смерти во времени хорошо описывается методом Ли-Картера. На рис. 2 приведено сравнение натурального логарифма фактической смертности с модельной.

Рис. 2. Изменение продолжительности жизни во Франции для женщин



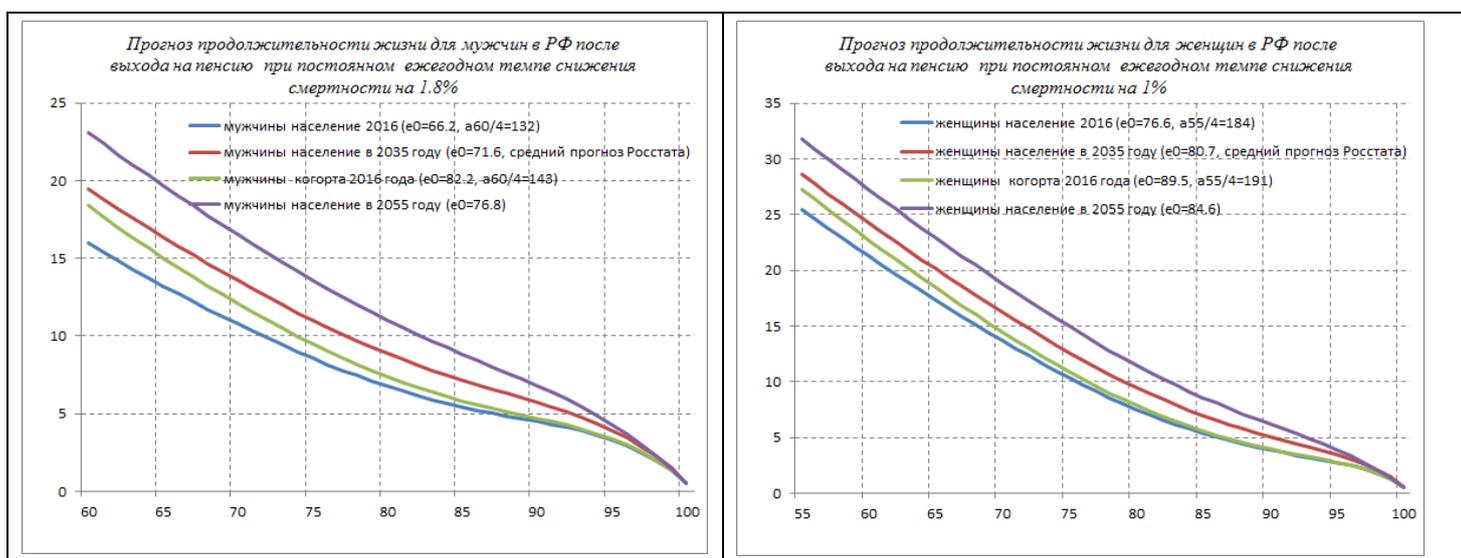
Для РФ в силу сильных колебаний уровня смертности, происходивших в течение последних 40 лет подобные расчеты не позволяют оценить когортную поправку (рис. 3). Изменение вероятности смерти во времени для РФ не описывается методом Ли-Картера, что связано с немонотонным поведением данной вероятности во времени.

Рис. 3. Изменение продолжительности жизни в РФ для женщин



Согласно среднему варианту прогноза, представленному Росстатом, продолжительность жизни с момента рождения, для мужчин в 2035 году составит 71.5 года, для женщин – 80 лет. Для мужского населения РФ в 2016 году аналогичная продолжительность жизни достигается в случае мгновенного снижения смертности на 30% во всех возрастах, для женского – приблизительно на 20%. Следовательно, эффективный уровень снижения смертности в течение 20 лет для мужчин приблизительно составляет 1.8%, для женщин – 1%. На рис. 4 приведены значения для фактической и прогнозируемой продолжительности жизни для населения и когорт в 2016 году, в предположении постоянного уровня снижения смертности. Когортная поправка для мужчин в возрасте 60 лет в 2016 году составляет 1.5 года, для женщин в возрасте 55 лет – 2 года. Данная оценка получена при достаточно строгих предположениях и является оценкой сверху. Учитывая, что эффективный темп изменения смертности снижается с возрастом, в практической деятельности возможно снизить полученные оценочные значения приблизительно в два раза.

Рис. 4. Прогноз продолжительности жизни в РФ в случае ежегодного снижения уровня смертности



Таким образом, при оценке долгосрочных обязательств допустимо предположение о постоянном снижении уровня смертности в каждом возрасте для мужчин на 1% и для женщин на 0.5%. Когортная добавка в

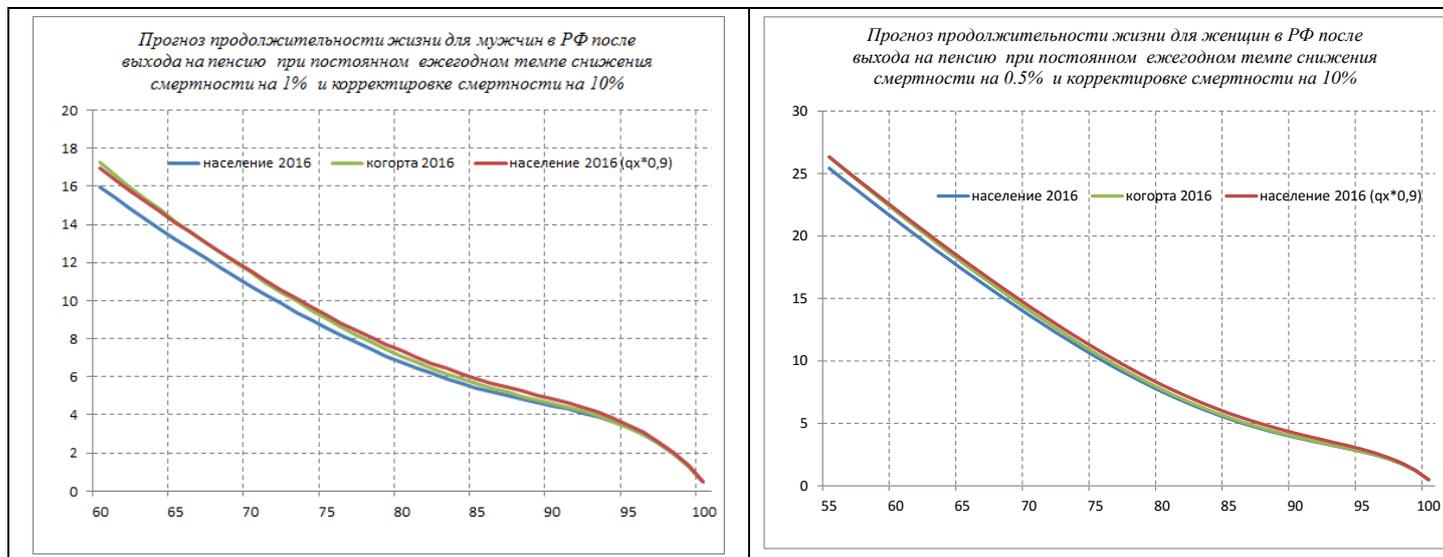
случае сохранения темпа снижения до предельного возраста таблицы смертности составит для мужчин в возрасте 60 лет и женщин в возрасте 55 лет примерно 1 год. Следует отметить, что по истечении периода снижения смертности более 20 лет увеличение когортной продолжительности жизни в старших возрастах практически не происходит (см. таблицу 1, в которой приведены значения когортной продолжительности жизни, рассчитанные при ежегодном снижении смертности для мужчин на 1% и для женщин на 0.5%). Учитывая приведенное ограничение для старших возрастов и отсутствие прогнозных ориентиров для величины продолжительности жизни после 2035 года, в целях единообразия расчетов при проведении оценки долгосрочных обязательств с учетом эффекта снижения смертности (ежегодно для мужчин на 1%, и женщин на 0.5%), период снижения смертности возможно ограничить величиной 20-25 лет.

Таблица 1. Когортная продолжительность жизни в зависимости от периода снижения смертности.

| Период снижения смертности (лет) | Возраст (женщины) |      |      |      |      | Возраст (мужчины) |      |      |      |      |
|----------------------------------|-------------------|------|------|------|------|-------------------|------|------|------|------|
|                                  | 40                | 45   | 50   | 55   | 60   | 40                | 45   | 50   | 55   | 60   |
| 0                                | 38,6              | 34,1 | 29,7 | 25,4 | 21,3 | 30,0              | 26,2 | 22,5 | 19,1 | 16,0 |
| 1                                | 38,7              | 34,2 | 29,8 | 25,5 | 21,3 | 30,2              | 26,3 | 22,6 | 19,2 | 16,1 |
| 2                                | 38,7              | 34,2 | 29,8 | 25,5 | 21,4 | 30,3              | 26,5 | 22,7 | 19,3 | 16,1 |
| 3                                | 38,8              | 34,3 | 29,9 | 25,5 | 21,4 | 30,4              | 26,6 | 22,8 | 19,4 | 16,2 |
| 4                                | 38,8              | 34,3 | 29,9 | 25,6 | 21,4 | 30,5              | 26,7 | 22,9 | 19,5 | 16,3 |
| 5                                | 38,9              | 34,4 | 29,9 | 25,6 | 21,5 | 30,6              | 26,8 | 23,0 | 19,5 | 16,4 |
| 6                                | 38,9              | 34,4 | 30,0 | 25,7 | 21,5 | 30,7              | 26,9 | 23,1 | 19,6 | 16,5 |
| 7                                | 38,9              | 34,5 | 30,0 | 25,7 | 21,5 | 30,9              | 27,0 | 23,2 | 19,7 | 16,5 |
| 8                                | 39,0              | 34,5 | 30,1 | 25,7 | 21,6 | 31,0              | 27,1 | 23,3 | 19,8 | 16,6 |
| 9                                | 39,0              | 34,5 | 30,1 | 25,8 | 21,6 | 31,1              | 27,2 | 23,4 | 19,9 | 16,6 |
| 10                               | 39,1              | 34,6 | 30,1 | 25,8 | 21,6 | 31,2              | 27,3 | 23,5 | 19,9 | 16,7 |
| 11                               | 39,1              | 34,6 | 30,2 | 25,8 | 21,7 | 31,3              | 27,4 | 23,6 | 20,0 | 16,8 |
| 12                               | 39,2              | 34,7 | 30,2 | 25,9 | 21,7 | 31,4              | 27,5 | 23,6 | 20,1 | 16,8 |
| 13                               | 39,2              | 34,7 | 30,3 | 25,9 | 21,7 | 31,5              | 27,5 | 23,7 | 20,1 | 16,9 |
| 14                               | 39,3              | 34,7 | 30,3 | 25,9 | 21,7 | 31,6              | 27,6 | 23,8 | 20,2 | 16,9 |
| 15                               | 39,3              | 34,8 | 30,3 | 26,0 | 21,8 | 31,7              | 27,7 | 23,9 | 20,2 | 16,9 |
| 16                               | 39,3              | 34,8 | 30,4 | 26,0 | 21,8 | 31,7              | 27,8 | 23,9 | 20,3 | 17,0 |
| 17                               | 39,4              | 34,9 | 30,4 | 26,0 | 21,8 | 31,8              | 27,9 | 24,0 | 20,3 | 17,0 |
| 18                               | 39,4              | 34,9 | 30,4 | 26,1 | 21,8 | 31,9              | 27,9 | 24,0 | 20,4 | 17,0 |
| 19                               | 39,5              | 34,9 | 30,5 | 26,1 | 21,9 | 32,0              | 28,0 | 24,1 | 20,4 | 17,1 |
| 20                               | 39,5              | 35,0 | 30,5 | 26,1 | 21,9 | 32,1              | 28,1 | 24,1 | 20,4 | 17,1 |
| 21                               | 39,5              | 35,0 | 30,5 | 26,1 | 21,9 | 32,1              | 28,1 | 24,2 | 20,5 | 17,1 |
| 22                               | 39,6              | 35,0 | 30,5 | 26,2 | 21,9 | 32,2              | 28,2 | 24,2 | 20,5 | 17,1 |
| 23                               | 39,6              | 35,1 | 30,6 | 26,2 | 21,9 | 32,3              | 28,2 | 24,3 | 20,5 | 17,1 |
| 24                               | 39,6              | 35,1 | 30,6 | 26,2 | 21,9 | 32,4              | 28,3 | 24,3 | 20,6 | 17,2 |
| 25                               | 39,7              | 35,1 | 30,6 | 26,2 | 21,9 | 32,4              | 28,3 | 24,3 | 20,6 | 17,2 |
| 26                               | 39,7              | 35,2 | 30,6 | 26,2 | 21,9 | 32,5              | 28,4 | 24,4 | 20,6 | 17,2 |
| 27                               | 39,7              | 35,2 | 30,7 | 26,2 | 22,0 | 32,5              | 28,4 | 24,4 | 20,6 | 17,2 |
| 28                               | 39,8              | 35,2 | 30,7 | 26,3 | 22,0 | 32,6              | 28,5 | 24,4 | 20,6 | 17,2 |
| 29                               | 39,8              | 35,2 | 30,7 | 26,3 | 22,0 | 32,6              | 28,5 | 24,5 | 20,7 | 17,2 |
| 30                               | 39,8              | 35,3 | 30,7 | 26,3 | 22,0 | 32,7              | 28,5 | 24,5 | 20,7 | 17,2 |

Учитывая увеличение сложности расчетов при переходе к переменным во времени таблицам смертности, эффект снижения смертности может быть учтен корректировкой текущей таблицы. Для примера на рис. 5 приведено сравнение ожидаемой продолжительности жизни для когорты и населения в случае корректировки текущего уровня смертности на постоянную величину, не зависящую от возраста. Из рисунка видно, что для старших возрастов эффект увеличения продолжительности жизни в результате ежегодного снижения смертности на 1% для мужчин и на 0.5% для женщин может быть достигнут за счет корректировки уровня смертности на 10% для мужчин и для женщин.

Рис. 5. Прогноз продолжительности жизни в РФ в случае корректировки уровня смертности



Таким образом, эффект снижения смертности может быть учтен как при переходе к переменным во времени таблицам смертности, так и в результате корректировки текущей таблицы смертности. Величина корректировки получена в предположении о совпадении темпов снижения смертности среди различных групп населения и может быть уточнена в случае применения таблиц смертности отличных от рассмотренных.